Qui est qui ?

Philippe Colliard - révisé 2014
www.colliard.fr/philippe

Un angle, 3 côtés, combien de rapports ?

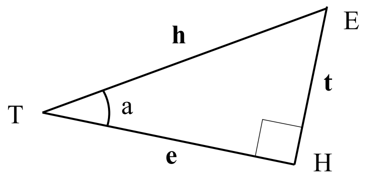
(sinus, cosinus, tangente … Et pourquoi pas sécante, cosécante et cotangente ?)

Les côtés du triangle THE , rectangle en H ont comme longueurs : HT = e HE = t TE = h (… Pour **h**ypoténuse ?)

L'un des rapports possibles entre les longueurs de 2 côtés est $\frac{t}{h}$ et tu sais maintenant que c'est le sinus de l'angle a .

Combien d'autres rapports de ce type peux-tu déterminer ? Réponse : 5 autres rapports (avec 3 nombres, tu peux écrire 6 couples de nombres). Pour des mathématiciens, chacun de ces rapports a sa "personnalité", et porte un nom, mais certains de ces rapports ne sont plus beaucoup utilisés et je ne te les indique que pour le plaisir – ce ne sont en fait que les inverses des 3 rapports principaux :

$\frac{t}{h}$ est le **sinus** de l'angle a	$\frac{t}{h}$ **= sin a**
$\frac{e}{h}$ est le **cosinus** de l'angle a	$\frac{e}{h}$ **= cos a**
$\frac{t}{e}$ est la **tangente** de l'angle a	$\frac{t}{e}$ **= tan a**
les rapports que tu **dois** connaître …	



$\frac{h}{t}$ est la cosécante de l'angle a
$\frac{h}{e}$ est la sécante de l'angle a
$\frac{e}{t}$ est la cotangente de l'angle a
… Et les noms de leurs inverses

Sinus, cosinus, ou tangente … Quel rapport choisis-tu ?

Seras-tu surpris(e) si je te dis que ça dépend de ce que tu cherches ? Non ? Tant mieux ☺

Avant tout, tu dois bien comprendre que les mathématiciens ont composé depuis longtemps des tables de passage degrés vers sinus , degrés vers cosinus , degrés vers tangente … Et, à l'envers, sinus vers degrés, etc…

Les sinus, cosinus et tangentes d'un angle y sont donnés sous forme décimale approchée, avec une précision de l'ordre du millionième – ou mieux – qui est tout à fait nécessaire dans quelques domaines (physique nucléaire, espace…) mais ridicule en troisième: travaille donc au millième (dans certaines situations, le centième ne te suffira pas) !

Comme tu as la chance de vivre dans un monde très "technologique", ta calculatrice préférée contient ces tables, et il te suffit de lui demander de les lire pour qu'elle te donne une valeur approchée du sinus, du cosinus ou de la tangente d'un angle dont tu connais la mesure en degrés – ou à l'envers, pour qu'elle te donne une valeur approchée de la mesure en degrés d'un angle dont tu connais le cosinus, le sinus ou la tangente (comment lui demandes-tu de les lire ? Ca, c'est de la cuisine interne, qui dépend de la marque de ta calculatrice. Lis le mode d'emploi !)

En pratique, que fais-tu ?

Observe le triangle THE ci-dessus.

Suppose pour commencer que tu connaisses les longueurs de 2 des côtés.

Tu cherches à déterminer la valeur (en degrés) de a :
si tu connais les longueurs t et h , tu calcules le sinus de a
si tu connais les longueurs e et h , tu calcules le cosinus de a
si tu connais les longueurs t et e , tu calcules la tangente de a

… Puis tu demandes à ta calculatrice de te dire à quelle mesure en degrés ça correspond !

Suppose maintenant que tu connaisses la mesure en degrés de a , et la longueur de l'un des 3 côtés.

Tu cherches à déterminer les longueurs d'un autre côté :

si tu connais t et tu cherches h – ou si tu connais h et tu cherches t – pars du sinus de a
si tu connais e et tu cherches h – ou si tu connais h et tu cherches e – pars du cosinus de a
et si tu connais t et tu cherches e – ou si tu connais e et tu cherches t – pars de la tangente de a

… Et reporte-toi 2 pages plus loin: **comment tu utilises les rapports trigo au collège** ☺ ☺ ☺

Sinus , cosinus , tangente …

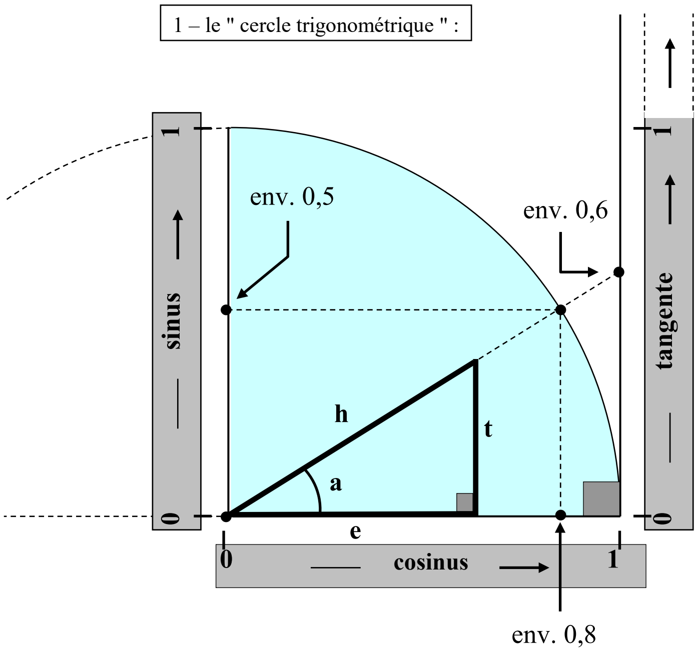
Comment les retiens-tu ?

0 – le " bachotage " :

Oublie ça !!! Anonner des formules par coeur est une source d'ennuis !
Tu as peut-être déjà appris par cœur en 4ème , une formule pour les "cosinus" : $\cos a = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

as-tu remarqué que, dans cette formule que la plupart des livres ressort sans y réfléchir, " côté adjacent " ne voulait rien dire ?

1 – le " cercle trigonométrique " :



Tout simplement un cercle dont le rayon " vaut 1 "

(En 3ème , le quart du cercle seulement)

Tu t'en sers comme d'un rapporteur, et tu le places sur l'angle à observer.

Un coup d'œil (entrainé !) te dit que
$\sin a \approx 0{,}5$ $\cos a \approx 0{,}8$ $\tan a \approx 0{,}6$

Ca te permet surtout de repérer qui correspond à quoi :

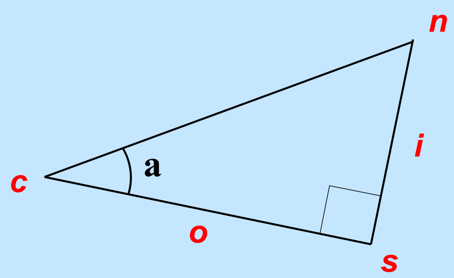
t correspond au sinus, **e** au cosinus
et **h** au rayon du cercle
(par lequel tu dois diviser, lorsqu'il ne vaut pas 1)

C'est une forme moderne du cercle de Hipparque,
et **tous** les mathématiciens l'utilisent…

… Mais je ne te le montre qu'à titre d'information :
ce cercle demande de l'entraînement
et son utilisation est un peu délicate en 3ème ☺

Le "trigomètre" t'y habituera peut-être ?

2 – le petit truc ☺ :



En partant du sommet de l'angle qui t'intéresse,
<u>et en tournant autour de l'angle droit,</u>
écris (au crayon léger) c o s i n , comme sur le dessin.

Et, ô miracle, tu as les côtés qui correspondent au "cos" et au "sin".
N'oublie pas de les diviser par le 3ème côté ! (Et d'effacer "c o s i n" !!!)

Et pour la tangente ?

Tu divises le "côté s i n" par le "côté c o s" , évidemment !

Parce que $\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$!!! Et ça, c'est une formule que tu **dois** retenir !

Comment les détermines-tu ?

Par un calcul : un rapport de 2 côtés   **Par une lecture :** dans une table (calculatrice) ou avec un trigomètre.

2 relations incontournables :

Là, tu n'as pas le choix, tu **dois** les connaître :

$\boxed{\sin^2 a + \cos^2 a = 1}$ (Regarde et réfléchis: ce n'est jamais qu'une application du théorème de Pythagore)

$\boxed{\tan a = \dfrac{\sin a}{\cos a}}$ (Essaie avec t, h et e : $\dfrac{\sin a}{\cos a} = \dfrac{\frac{t}{h}}{\frac{e}{h}} = \dfrac{t}{h} : \dfrac{e}{h} = \dfrac{t}{h} \text{ x } \dfrac{h}{e} = \dfrac{t}{e} = \tan a$)

Mais, au fait, si a = 90° , cos a = 0 ! Alors, combien vaut tan a ???

Comment ? Tu ne te rappelles jamais si « tangente », c'est « sin sur cos » ou « cos sur sin » ?
Bon, encore un petit truc (idiot, mais « ça marche ») :

Pose-toi la question : je commence par quoi, « sin ou cos », prononce-la à voix haute… Ca ne t'apporte rien…
Alors, essaie dans l'autre sens : « cos ou sin » ? … A voix haute, ça donne « cos sous sin » (donc **« cos » au dénominateur** !) ☺

Comment tu utilises les rapports trigonométriques au collège
(sur des angles de 0 à 90 degrés)

2 types de questions :

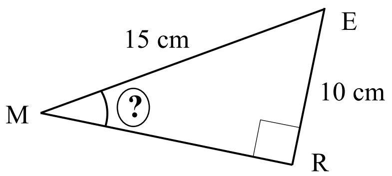
Combien mesure l'angle … (à … degrés près) ?

Naturellement, il s'agit d'un des angles aigüs d'un triangle rectangle,
et "on" te donne les longueurs de 2 côtés de ce triangle.

En fonction des côtés donnés, tu choisis le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle.

Sur cet exemple, je me sers du sinus :

Combien mesure $\widehat{RME}$? (val. approchée. à 0,1°)



MER est un triangle rectangle en R, donc :

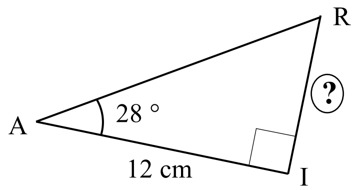
$\sin \widehat{RME} = \dfrac{RE}{ME} = \dfrac{10}{15}$ $\quad \sin \widehat{RME} \approx 0,667$ $\quad \boxed{\widehat{RME} \approx 41,8\ °}$

Combien mesure le segment … (à … centimètres près) ?

Re-naturellement, il s'agit d'un des côtés d'un triangle rectangle,
et "on" te donne la longueur d'un autre côté de ce triangle, et la mesure (en degrés) d'un des angles aigüs.

2 possibilités ! **<u>tu as de la chance</u>** : la longueur que tu cherches est le <u>numérateur</u> d'un rapport trigo :

Combien mesure [IR] ? (val. approchée. à 0,1 cm)

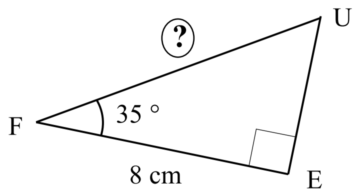


AIR est un triangle rectangle en I, donc :

$\dfrac{IR}{AI} = \tan \widehat{IAR}$ $\quad \dfrac{IR}{12} \approx 0,532$ $\quad \dfrac{IR}{12} \times 12 \approx 0,532 \times 12$ $\quad \boxed{IR \approx 6,4 \text{ cm}}$

<u>tu n'as pas de chance</u> : la longueur que tu cherches est le <u>dénominateur</u> d'un rapport trigo :

Combien mesure [FU] ? (val. approchée. à 0,1 cm)



FEU est un triangle rectangle en E, donc :

$\dfrac{FE}{FU} = \cos \widehat{EFU}$ $\quad \dfrac{8}{FU} \approx 0,819$ $\quad$ Je passe aux inverses : $\dfrac{FU}{8} \approx \dfrac{1}{0,819}$

… Et le tour est joué ! $\dfrac{FU}{8} \times 8 \approx \dfrac{1}{0,819} \times 8$ $\quad \boxed{FU \approx 9,8 \text{ cm}}$

$\sin \widehat{RME} = \ldots$ $\quad \dfrac{IR}{AI} = \ldots$ $\quad \dfrac{FE}{FU} = \ldots$

Prends l'habitude d'écrire " ton inconnue " dans le membre de gauche de l'égalité :
ça t'aidera souvent pour la résolution de l'équation ☺